

Бакалляр Глеб (7 класс)

«Магические квадраты 3 и 4 порядка с рациональной магической суммой»

Работа прошла апробацию на Всероссийском форуме научной молодежи «Шаг в будущее» (г. Москва) и рекомендована для участия в Международной научной выставке «ЭКСПО-НАУКА»'2021 (Мексика, Юкатан, 03 – 09 октября 2021 г.)

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент кафедры функционального анализа и теории функций Самарского национального исследовательского университета им. С.П. Королева, преподаватель математики Лицея № 1 «Спутник» Алякин Владимир Алексеевич

Введение

Магические квадраты известны уже более 4 тыс. лет. В древности им приписывали таинственные и мистические свойства. Затем долгое время, вплоть до XX века, магические квадраты принадлежали жанру занимательной математики. Однако начиная с конца XX в. они перестали быть только объектом математических развлечений и очень изящной головоломкой. Сейчас магические квадраты находят практические применения в теории информации и в новейших технологиях создания цифровых изображений. В связи с этим тема настоящей работы является актуальной.

Классические магические квадраты составляются из последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Классическим магическим квадратам посвящено огромное количество публикаций, см. например, [1] - [5]. Рассматривались и общие магические квадраты, составленные из произвольных вещественных чисел, в том числе повторяющихся [2].

Настоящая работа посвящена исследованию общих магических квадратов, составленных из иррациональных чисел [6], но имеющих рациональную магическую сумму. В связи со сложностью исследования магических квадратов произвольного порядка, мы ограничились исследованием магических квадратов малых порядков 3 и 4.

В работе решаются следующие основные задачи:

- доказать, что нельзя составить из иррациональных чисел магический квадрат порядка 3 с рациональной магической суммой;
- найти возможные значения количества рациональных и иррациональных чисел в магическом квадрате порядка 3, имеющем рациональную магическую сумму;
- доказать существование магических квадратов 4 порядка, составленных из иррациональных чисел, имеющий рациональную магическую сумму.

Структура работы является следующей. Параграф 1 является вспомогательным. В этом параграфе мы приводим основные определения и факты о классических магических квадратах и общих магических квадратах.

В п. 2 показано, что магических квадратов, составленных из иррациональных чисел, и имеющих рациональную магическую сумму, не существует.

В п. 3 ставится и решается задача о соотношении количества рациональных и иррациональных чисел в магическом квадрате с рациональной магической суммой. Показано, что количество рациональных чисел в таком квадрате может быть равно только 1, 3 или 9.

В п. 4 доказано, что из 16 иррациональных чисел можно составить магический квадрат 4 порядка с рациональной магической суммой.

Умножим все числа на корень из 2. Получим искомый квадрат:

0	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$
$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0

Заметим, что три рациональных числа могут быть и в одной центральной строке. Рассмотрим квадрат:

-	2	-1
1		
0	0	0
1	-2	1

Умножим все числа на корень из 2. Получим искомый квадрат:

$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2} \times 2$	$-\sqrt{2}$
0	0	0
$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2} \times 2$	$\sqrt{2}$

Отметим, что если повернуть этот квадрат на 90 градусов, то получим квадрат с тремя рациональными числами в центральном столбце.

Ровно 4 рациональных числа в квадрате с рациональной магической суммой быть не может. Действительно, три числа из этих четырех рациональных чисел занимают строку, столбец или диагональ. Останется одно число. Так как в центре рациональное число, получаем, что найдется или диагональ или центральная строка или центральный столбец с двумя рациональными числами. Тогда и третье число в этой диагонали, строке, столбце рациональное. Значит, имеется по крайней мере 5 рациональных чисел.

Ровно 5 рациональных чисел могут располагаться или на двух диагоналях, или в центральном столбце и центральной строке.

Пусть 5 рациональных чисел расположены на двух диагоналях:

q1	i1	q2
i2	q0	i3
q3	i4	q4

Здесь q1,q2,q3,q4,q0 — некоторые рациональные числа, i1,i2,i3,i4 — некоторые иррациональные числа.

Заключение

В работе проведено исследование магических квадратов 3 и 4 порядка, составленных из иррациональных чисел, но имеющих рациональную магическую сумму. Показано, что магических квадратов 3 порядка с такими свойствами не существует, а 4 порядка — существует. Для магического квадрата 3 порядка с рациональной магической суммой полностью решен вопрос о возможном количестве рациональных и иррациональных чисел. Решение аналогичных задач для магических квадратов более высоких порядков предполагается в будущем.

Список литературы

1. Постников М. М. Магические квадраты. - М.: Наука, 1964.
2. Трошин В. В. Магия чисел и фигур. - М.: Глобус, 2007. - 382 с.
3. Макарова Н. В. Волшебный мир магических квадратов. - Саратов, 2009. - 180 с.
4. Гарднер М. Математические досуги. - М.: Мир, 1972.
5. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. - М.: ГИТТЛ, 1957.
6. Нивен А. Числа рациональные и иррациональные. - М.: Мир, 1966. - 198 с.