

**Контрольно-измерительные материалы
для проведения итоговой аттестации за курс СОО
в 2021 – 2022 учебном году
по математике для учащихся 11-го класса**

Кодификатор

Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся 11 класса для проведения контрольной работы по математике (далее – кодификатор) является одним из документов, определяющих структуру и содержание контрольных измерительных материалов (далее – КИМ). Кодификатор является систематизированным перечнем требований к уровню подготовки обучающихся и проверяемых элементов содержания, в котором каждому объекту соответствует определенный код.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов и тем. Во втором столбце указан код содержания раздела (темы), для которого создаются проверочные задания.

Таблица 1

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		Алгебра
1.1		<i>Числа, корни и степени</i>
	1.1.1	Целые числа
	1.1.2	Степень с натуральным показателем
	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
	1.1.4	Степень с целым показателем
	1.1.5	Корень степени $n > 1$ и его свойства
	1.1.6	Степень с рациональным показателем и её свойства
	1.1.7	Свойства степени с действительным показателем
1.2		<i>Основы тригонометрии</i>
	1.2.1	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
	1.2.2	Радийная мера угла
	1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
	1.2.4	Основные тригонометрические тождества
	1.2.5	Формулы приведения
	1.2.6	Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
	1.2.7	Синус и косинус двойного угла
1.3		<i>Логарифмы</i>
	1.3.1	Логарифм числа
	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
	1.3.3	Десятичный и натуральный логарифмы, число e
1.4		<i>Преобразования выражений</i>
	1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции

	1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
	1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
	1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
	1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа
2		Уравнения и неравенства
2.1		<i>Уравнения</i>
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
	2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
2.2		<i>Неравенства</i>
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
	2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
3		Функции
3.1		<i>Определение и график функции</i>
	3.1.1	Функция, область определения функции
	3.1.2	Множество значений функции
	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции
	3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

3.2		<i>Элементарное исследование функций</i>
	3.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
	3.2.2	Чётность и нечётность функции
	3.2.3	Периодичность функции
	3.2.4	Ограниченность функции
	3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции
3.3		<i>Основные элементарные функции</i>
	3.3.1	Линейная функция, её график
	3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
	3.3.3	Квадратичная функция, её график
	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, её график
	3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
	3.3.6	Показательная функция, её график
	3.3.7	Логарифмическая функция, её график
4		Начала математического анализа
4.1		<i>Производная</i>
	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
	4.1.5	Производные основных элементарных функций
	4.1.6	Вторая производная и её физический смысл
4.2		<i>Исследование функций</i>
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социальноэкономических, задачах
4.3		<i>Первообразная и интеграл</i>
	4.3.1	Первообразные элементарных функций
	4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии
5		Геометрия
5.1		<i>Планиметрия</i>
	5.1.1	Треугольник
	5.1.2	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
	5.1.3	Трапеция
	5.1.4	Окружность и круг
	5.1.5	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника

	5.1.6	Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
	5.1.7	Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника
5.2		<i>Прямые и плоскости в пространстве</i>
	5.2.1	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
	5.2.2	Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
	5.2.3	Параллельность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.4	Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
	5.2.5	Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.6	Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
5.3		<i>Многогранники</i>
	5.3.1	Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
	5.3.2	Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
	5.3.3	Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
	5.3.4	Сечения куба, призмы, пирамиды
	5.3.5	Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
5.4		<i>Тела и поверхности вращения</i>
	5.4.1	Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка
	5.4.2	Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка
	5.4.3	Шар и сфера, их сечения
5.5		<i>Измерение геометрических величин</i>
	5.5.1	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
	5.5.2	Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
	5.5.3	Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника
	5.5.4	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями
	5.5.5	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
	5.5.6	Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
	5.5.7	Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара
5.6		<i>Координаты и векторы</i>
	5.6.1	Координаты на прямой, декартовы координаты на

		плоскости и в пространстве
	5.6.2	Формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы
	5.6.3	Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число
	5.6.4	Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
	5.6.5	Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам
	5.6.6	Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами
6		Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
6.1		<i>Элементы комбинаторики</i>
	6.1.1	Поочерёдный и одновременный выбор
	6.1.2	Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
6.2		<i>Элементы статистики</i>
	6.2.1	Табличное и графическое представление данных
	6.2.2	Числовые характеристики рядов данных
6.3		<i>Элементы теории вероятностей</i>
	6.3.1	Вероятности событий
	6.3.2	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями контрольной работы.

Таблица 2

Код раздела	Код контролируемого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		Уметь выполнять вычисления и преобразования
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифм
	1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функц
2		Уметь решать уравнения и неравенства
	2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

	2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их систем
3		Уметь выполнять действия с функциями
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций
	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
4		Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5		Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения
	5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
6		Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
	6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социальноэкономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения

Спецификация

1. Назначение КИМ для контрольной работы – оценить уровень подготовки по математике обучающихся 11 класса.

2. Документы, определяющие содержание КИМ - содержание контрольной работы определяется Федеральным государственным стандартом основного общего и среднего (полного) общего образования, основной образовательной программой ЧОУ Лицей "Спутник», рабочей программой педагога.

3. Характеристика структуры и содержания КИМ

Контрольная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

В таблице 3 приведено распределение заданий по частям контрольной работы.

Распределение заданий по частям контрольной работы

Таблица 3.

Часть работы	Количество заданий	Максимальный балл	% максимального балла за выполнение заданий данной части от	Тип заданий
--------------	--------------------	-------------------	-------------------------------------------------------------	-------------

			максимального балла за всю работу, равного 32	
Часть 1	8	8	25	С кратким ответом
Часть 2	11	24	75	С кратким и развернутым ответами
Итого	19	32	100	

4. Распределение заданий по уровням сложности

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня (задания 1–8). Часть 2 содержит 9 заданий повышенного уровня (задания 9–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

В таблице 4 представлено распределение заданий контрольной работы по уровням сложности.

Распределение заданий контрольной работы по уровням сложности

Таблица 4.

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
Базовый	8	8
Повышенный	9	16
Высокий	2	8
Итого	19	32

5. Время выполнения работы

На выполнение контрольной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут)

6. Дополнительные материалы и оборудование

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом контрольной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой

7. Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если обучающийся дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Максимальный первичный балл за всю работу – 32

Более 68 % выполнения работы – 14 баллов и выше – «5»

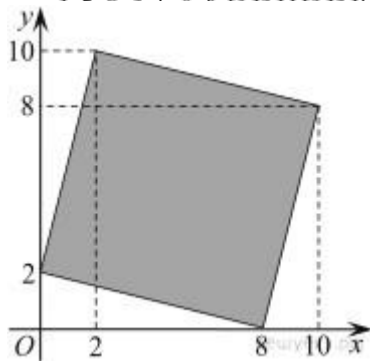
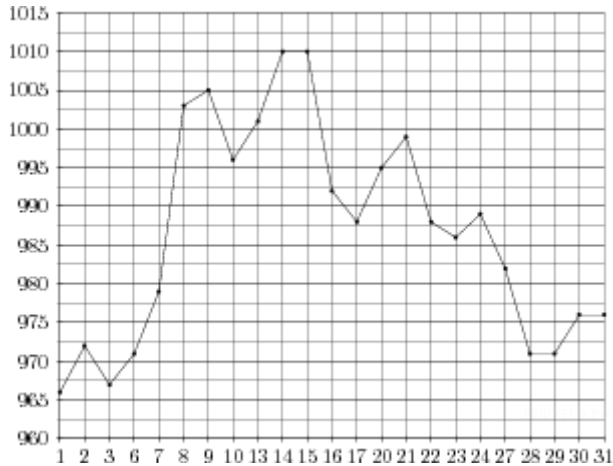
53-67% – 10-13 баллов – «4»

32-52% – 6-9 баллов – «3»

31 и менее % – менее 6 баллов – «2»

Демонстрационный вариант контрольной работы по математике

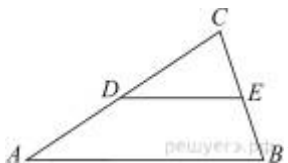
1. Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 50 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
2. На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота за указанный период. Ответ дайте в рублях за грамм.



3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(8;0)$, $(10;8)$, $(2;10)$, $(0;2)$.
4. На конференцию приехали 2 ученых из Великобритании, 2 из Испании и 4 из Швейцарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из Испании.

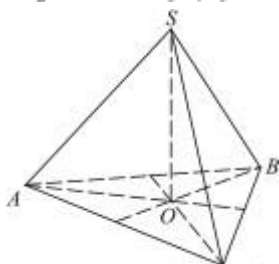
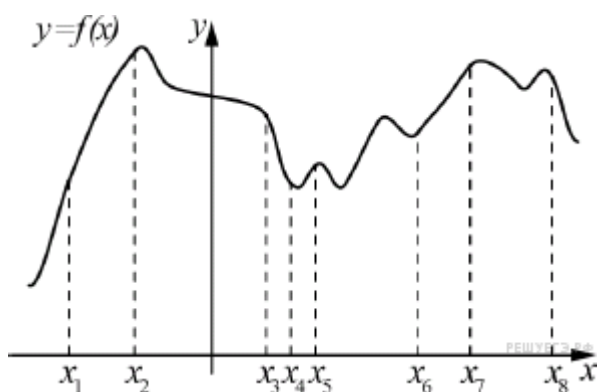
$$\sin \frac{\pi(x+9)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

5. Решите уравнение. В ответе напишите наименьший положительный корень.



6. Площадь треугольника ABC равна 136. DE — средняя линия. Найдите площадь треугольника CDE .

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



8. В правильной треугольной пирамиде медианы $SABC$ основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 4; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .

$$\frac{(2^{16})^5}{2^{74}}.$$

9. Найдите значение выражения

10. Груз массой 0,8 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 24$ с — период колебаний, $v_0 = 1,3$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по

$$E = \frac{mv^2}{2},$$

формуле где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

11. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 62 \cos x + 65x + 45$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2.$$

13. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды 144.

а) Докажите, что угол между плоскостью SAC и плоскостью, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания, равен 45° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью SAC .

$$\frac{\log_7(49x^2) - 7}{\log_7^2 x - 4} \leq 1.$$

15. Решите неравенство

16. В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.

б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен. Какой долг будет 15-го числа 30-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1503 тысячи рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{2xy+a} = x+y+5$ не имеет решений.

19. Возрастающие арифметические прогрессии a_1, a_2, \dots и b_1, b_2, \dots состоят из натуральных чисел.

а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1 b_1 + a_3 b_3 = 3a_2 b_2$.

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 = 3a_3 b_3$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_3 b_3$, если $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 \leq 300$?

	ОТВЕТЫ
<u>1</u>	80
<u>2</u>	1010
<u>3</u>	68
<u>4</u>	0,25
<u>5</u>	4
<u>6</u>	34
<u>7</u>	5
<u>8</u>	4,5
<u>9</u>	64
<u>10</u>	0,169
<u>11</u>	17
<u>12</u>	107
13	а) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2};$

14	б) 36
15	$(0; \frac{1}{49}) \cup \{7\} \cup (49; \infty)$
16	35
17	200тыс.руб
18	$a < -12,5$
19	а) 1,3,5,... и 1,4,7,...; б) нет; в) 98